

## C5 Übung Exponentialfunktion

1) Fehlt in Online-Version

2) Betrachtet wird nun die allgemeine Exponentialfunktion  $f(x)=a \cdot b^x$  mit  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ .

Wähle  $a$  und  $b$ , so dass folgende Aussagen wahr sind.

- Der Graph verläuft durch den Punkt (0/4)
- Der Graph fällt streng monoton.
- Der Graph verläuft durch die Punkte  $P_1(1/3)$  und  $P_2(2/24)$

3) Bei einem Versuch zur Vermehrung von Wasserlinsenkeimlingen wurden folgende Beobachtungen gemacht:

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65

Um die Entwicklung der Wasserlinsenkeimlinge genauer zu untersuchen, soll  $K$  in Abhängigkeit von  $t$  näherungsweise durch eine Funktion beschrieben werden.

- Die Forscher stellen zunächst eine lineare Funktion auf, deren Graph durch die Punkte (0/10) und (1/14) verläuft. Bestimme den zugehörigen Funktionsterm.
- Beurteile, ob diese lineare Funktion dafür geeignet ist,  $K$  in Abhängigkeit von  $t$  näherungsweise zu beschreiben.
- Die Forscher entscheiden sich nun für eine Exponentialfunktion durch die Punkte (1/14) und (2/21). Stelle den Funktionsterm auf und entscheide, ob dieser besser geeignet ist.
- Bestimme mithilfe der aufgestellten Exponentialfunktion den Zeitpunkt zu dem 500 Wasserkeimlinge entstanden sind.

## C5 Lösung Exponentialfunktion



1) fehlt in Online-Version

- $a=4$  und  $b$  beliebig
  - $a > 0$  und  $b < 1$  oder  $a < 0$  und  $b > 1$
  - Gleichungssystem aufstellen:

$$P_1(1/3) \text{ in } f(x)=a \cdot b^x: \quad (I) \quad 3=a \cdot b^1 \quad \rightarrow a=\frac{3}{b} \text{ in (II)}$$

$$P_2(2/24) \text{ in } f(x)=a \cdot b^x: \quad (II) \quad 24=a \cdot b^2 \rightarrow 24=\frac{3}{b} \cdot b^2 \rightarrow 24=3b \rightarrow \underline{b=8}$$

$$\rightarrow a=0,375$$

$$\rightarrow f(x)=0,375 \cdot 8^x$$

3)a) **lineare Funktion:**  $K_l(t)=a \cdot t+b$  s. AB C1

Aus  $P_1(0/10)$  folgt:  $b=10 \rightarrow K_l(t)=a \cdot t+10$

Mit  $P_2(1/14)$  folgt:  $14=a \cdot 1+10 \rightarrow a=4 \rightarrow K_l(t)=4t+10$

b) Beurteilung des aufgestellten Funktionsterms: Setze weitere Werte für  $t$  ein und vergleiche die berechneten Funktionswerte mit den beim Versuch ermittelten Werten:

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65
<b><math>K_l(t)</math> berechnet</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>18</b>	<b>22</b>	<b>26</b>	<b>30</b>

Die lineare Funktion bildet den Wachstumsvorgang nicht gut ab, da die Anzahl der Keimlinge schneller anwächst. (Große Abweichung)

c) **Exponentialfunktion**  $K_E(t)=a \cdot b^t$

$\rightarrow$  Punkte (1/14) und (2/21) einsetzen und Gleichungssystem lösen

$$(I) \quad 14=a \cdot b^1 \rightarrow a=\frac{14}{b} \text{ in (II)}$$

$$(II) \quad 21=a \cdot b^2 \rightarrow 21=\frac{14}{b} \cdot b^2 \rightarrow 21=14b \rightarrow b=1,5 \rightarrow a=\frac{14}{b}=9,3 \rightarrow K_E(t)=9,3 \cdot 1,5^t$$

t (Tage nach Versuchsbeginn)	0	1	2	3	4	5
K(t) (Anzahl der Keimlinge)	10	14	21	29	45	65
<b><math>K_E(t)</math> berechnet</b>	<b>9,3</b>	<b>14</b>	<b>21</b>	<b>31,5</b>	<b>47,25</b>	<b>70,9</b>

Die Abweichungen sind geringer als bei  $b$ , daher ist die Funktion besser geeignet. Allerdings ist noch keine perfekte Abbildung des Wachstumsprozesses durch die Funktion möglich.

$$d) \quad K_E(t)=9,3 \cdot 1,5^t$$

$$500=9,3 \cdot 1,5^t | :9,3 \rightarrow \frac{375}{7}=1,5^t \rightarrow t=\log_{1,5} \frac{375}{7} \approx 9,82$$

$\rightarrow$  Nach ungefähr 10 Tage gibt es 500 Wasserkeimlinge